Домашнее задание к семинару 4.
“Старые” задачи

1. Пусть n писем случайно раскладываются по n конвертам с адресами. Найти вероятность того, что хотя бы одно письмо попадет в свой конверт.
2. Есть r-неразличимых шаров и n-(различимых) ящиков. Определить число различных размещений, при которых ни один ящик не окажется пустым.
3. Есть r-неразличимых шаров и n-(неразличимых) ящиков. Определить число различных r-размещений шаров по ящикам по n-неразличимым ящикам.

   Новая тема

4. Пусть случайная величина X принимает два значения с вероятностями p_1 и p_2, причем большее с вероятностью p_2. Известно EX и DX. Можно ли в этом случае найти распределение случайной величины X?
5. Вычислить математическое ожидание случайной величины $\frac{1}{1+\xi}$, где случайная величина ξ, распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda > 0$
6. Подбрасывают n-игральных костей. Пусть S — сумма очков на всех гранях. Найти ES.
7. Найти закон распределения случайной величины $\eta = \sin \frac{\pi}{3}\xi$, где ξ — число очков, выпадающих при бросании игральной кости.
8. Проводится серия независимых опытов, в каждом из которых вероятность “успеха” равна p. Опыты продолжаются до первого появления “успеха”. Рассматривается случайная величина ξ – число произведенных опытов. Найти закон распределения и вычислить математическое ожидание случайной величины ξ.
9. Пример использования предыдущей задачи. Изделия испытываются при перегрузочных режимах. Вероятности для каждого изделия пройти испытание равна $\frac{4}{5}$ и независимы. Испытание заканчивается после того, как первое изделие не выдержит испытания. Найти распределение числа испытаний.
10. Геометрическое распределение. Проводится серия независимых опытов, в каждом из которых вероятность “успеха” равна p. Опыты продолжаются до первого появления “успеха”. Рассматривается случайная величина ξ – число “неудач” до появления первого “успеха”. Найти закон распределения и вычислить математическое ожидание случайной величины ξ.
11. Предположим, что обычная частота заболеваний определенной болезнью равна $\frac{1}{4}$. Для проверки действия вакцины сделана прививка. Какое из свидетельств является более сильным: из 10 человек никому не заболеть, из 17 - одному заболеть, из 23 -двум заболеть?

Семинар 4.

1. Пусть X и Y — независимые случайные величины и их дисперсии существуют, тогда справедливо равенство

$$D(XY) = DXDY + DX(EY)^2 + DY(EX)^2.$$

2. Пусть по круглой пластине, имеющей площадь S, передвигаются независимо друг от друга случайным образом пять бактерий. Рассмотрим квадрат со стороной , находящийся внутри пластины. Найти закон распределения числа бактерий внутри данного квадрата.
3. В партии из N деталей имеется n стандартных. Наудачу отобрали m деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно k стандартных.
4. Из партии, состоящей из 100 изделий, из которых 10 бракованных, выбирают случайным образом 5 изделий для проверки качества. Построить распределение случайной величины X– числа бракованных изделий, содержащихся в выборке.
5. *Гипергеометрическое распределение*. Подсчитать математическое ожидание и дисперсию.
6. *Геометрическое распределение*. Подсчитать дисперсию.