

Контрольная работа 1-08. Вариант 1.

1. Партия изделий содержит один процент брака. Каков должен быть объем случайной выборки, чтобы вероятность встретить в ней хотя бы одно бракованное изделие была не меньше 0,95?
2. Доказать, что если коэффициент корреляции $\text{cor}(\xi, \eta) = -1$, то существуют такие постоянные a и b , что $\xi = a - b\eta$. Найти явный вид искомых постоянных.
3. Найти математическое ожидание и дисперсию суммы числа очков, выпавших при бросании 2000 игральных костей.
4. Студенту на экзамене предложили тест из 100 вопросов. На каждый из вопросов даны четыре варианта ответа, из которых только один верный. Начиная с какого количества правильных ответов на вопросы, следует ставить студенту удовлетворительную оценку, чтобы вероятность сдать экзамен не превышала 0,001, если студент случайным образом выбирает один из ответов?
5. На пути движения автомашины три светофора. Каждый из них с вероятностью 0,5 либо разрешает, либо запрещает дальнейшее движение. Найти распределение числа светофоров, пройденных автомашиной до первой остановки. Построить график функции распределения.
6. В урне 100 пронумерованных шаров числами $1, 2, \dots, 100$. Из ящика наудачу 200 раз вынимают шар; после каждого извлечения шар возвращают в ящик. Найти приближенное значение вероятности того, что шар с числом 7 появится ровно три раза.
7. Пусть X_k – случайная величина, которая с одинаковой вероятностью может принять одно из двух значений k^s или $-k^s$. Существуют ли такие значения s , при которых для последовательности независимых случайных величин $X_1, X_2, \dots, X_k, \dots$ справедливо утверждение закона больших чисел?
8. Пусть функция $f(x) = Cx^2 e^{-\lambda x}$ при $x \geq 0$ ($\lambda > 0$) и $f(x) = 0$ при $x < 0$. При каком значении константы C функция $f(x)$ является плотностью распределения некоторой случайной величины X ? Найти функцию распределения X . Вычислить вероятность попадания в интервал $(0, \frac{1}{\lambda})$ значений случайной величины X .
9. Плотность распределения случайной величины имеет вид:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{2\rho}{E\sqrt{\pi}} e^{-\rho^2 \frac{x^2}{E^2}} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

10. Отмеченный шар с вероятностями p и $1 - p$ может находиться в первой или второй урне. Вероятность извлечь отмеченный шар из урны, в которой этот шар находится равна P ($P < 1$). Как следует распорядиться правом n раз извлекать шары из любой урны, чтобы вероятность извлечения отмеченного шара была наибольшей, если шар после извлечения возвращается в урну?