

Домашнее задание к семинару 5.

“Старые” задачи

1. Есть r -неразличимых шаров и n -различимых ящиков. Определить число различных размещений, при которых ни один ящик не окажется пустым.
2. Есть r -неразличимых шаров и n -неразличимых ящиков. Определить число различных r -размещений шаров по ящикам по n -неразличимым ящикам.

Новая тема

1. Пусть по круглой пластине, имеющей площадь S , передвигаются независимо друг от друга случайным образом пять бактерий. Рассмотрим квадрат со стороной a , находящийся внутри пластины. Найти закон распределения числа бактерий внутри данного квадрата.
2. В партии из N деталей имеется n стандартных. Наудачу отобрали m деталей. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей ровно k стандартных.
3. Из партии, состоящей из 100 изделий, из которых 10 бракованных, выбирают случайным образом 5 изделий для проверки качества. Построить распределение случайной величины X – числа бракованных изделий, содержащихся в выборке.
4. *Гипергеометрическое распределение.* Подсчитать математическое ожидание и дисперсию.
5. *Геометрическое распределение.* Подсчитать дисперсию.

Семинар 5.

1. Чему равен коэффициент корреляции двух случайных величин ξ и η , связанных соотношением $\xi = -\eta + 1$?
2. Пусть случайная величина ξ распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda > 0$. Какое из событий имеет большую вероятность: случайная величина ξ принимает значение 0 или случайная величина ξ принимает значение 2.
3. Пекарь выпекает 160 кексов, кладя а) 100 изюминок б) 300 в) 1000 изюминок. Какова вероятность того, что какой-нибудь случайно выбранный кекс не будет содержать изюминок?
4. Доказать неравенство Чебышева в форме: $P\{|X - EX| < \varepsilon\} \geq 1 - \frac{DX}{\varepsilon^2}$.
5. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что случайная величина отклонится от своего математического ожидания менее, чем на три стандартных отклонения.
6. Определить математическое ожидание и дисперсию случайной величины $\frac{v - Ev}{\sqrt{Dv}}$.
7. Пусть ξ - неотрицательная случайная величина, действительное число $a > 0$, $E \exp(a\xi)$ - существует, тогда справедливо неравенство для любого $\varepsilon > 0$ справедливо неравенство

$$P(\xi \geq \varepsilon) \leq \frac{E \exp(a\xi)}{\exp(a\varepsilon)}.$$

8. Пусть $N = 1000$ - число приборов. Вероятность повреждения одного прибора равна 0,001. Найти вероятности того, что в пути будет повреждено
 - а) 5 - приборов;
 - б) меньше 5 - приборов;
 - в) больше 5 - приборов;
 - г) хотя бы один прибор.

9. Оценить вероятность того, что при 1000 бросаниях монеты число выпадений герба ν будет заключено между 450 и 550 пользуясь,
- а) неравенством Чебышева;
 - б) интегральной теоремой Муавра-Лапласа.