



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М. В. ЛОМОНОСОВА

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра теории вероятностей

ПРОГРАММА КУРСА ЛЕКЦИЙ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
для студентов II курса факультета биоинженерии и биоинформатики
Лектор – доцент Яровая Елена Борисовна

1. Вероятностная модель эксперимента с конечным числом исходов

- 1.1. Пространство элементарных событий с конечным числом исходов. Примеры
- 1.2. События. Операции над событиями. Вероятности событий, их простейшие свойства. Формула для вычисления вероятности объединения конечного числа событий. Классическое определение вероятностей
- 1.3. Условные вероятности. Свойства условных вероятностей. Формула произведения вероятностей
- 1.4. Разбиение вероятностного пространства. Формула полной вероятности и теорема Байеса
- 1.5. Независимость событий. Примеры

2. Случайные величины, заданные на дискретном вероятностном пространстве

- 2.1. Дискретное вероятностное пространство. Определение случайной величины, заданной на дискретном вероятностном пространстве. Распределение дискретной случайной величины.
- 2.2. Примеры дискретных распределений. Распределение Бернулли, Пуассона
- 2.3. Определение математического ожидания дискретной случайной величины. Формула для подсчета математического ожидания.
- 2.4. Свойства математического ожидания
- 2.5. Дисперсия. Ковариация. Свойства дисперсии
- 2.6. Индикаторы событий
- 2.7. Независимость дискретных случайных величин.
- 2.8. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин
- 2.9. Некоррелированность. Коэффициент корреляции как мера линейной зависимости случайных величин. Соотношение между некоррелированностью и независимостью

- 2.10. Дисперсия суммы. Случай независимых слагаемых
- 2.11. Распределение суммы независимых целочисленных случайных величин. Биномиальное распределение
- 2.12. Неравенства Чебышева
- 2.13. Закон больших чисел в форме Чебышева
- 2.14. Закон больших чисел в форме Бернулли
- 2.15. Формула Стирлинга. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Формулировка интегральной теоремы Муавра-Лапласа
- 2.16. Предельная теорема Пуассона

3. Случайные величины (общий случай)

- 3.1. Общее определение вероятностного пространства. Функция распределения непрерывной случайной величины. Свойства
- 3.2. Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность
- 3.3. Непрерывные распределения. Примеры
 - i. Равномерное распределение
 - ii. Экспоненциальное распределение
 - iii. Нормальное (гауссовское) распределение
 - iv. Распределения, связанные с нормальным: распределение χ^2 , Стьюдента, F -распределение, логарифмически-нормальное распределение
- 3.4. Формулы для математического ожидания и дисперсии абсолютно непрерывной случайной величины
- 3.5. Характеристики распределения: математическое ожидание, дисперсия, медиана, мода, асимметрия, эксцесс, моменты, квантили
- 3.6. Характеристики распределения гауссовской случайной величины. Правило “трех сигм”

4. Предельные законы теории вероятностей

- 4.1. Характеристические функции. Характеристическая функция суммы независимых одинаково распределенных бернуллиевских случайных величин. Характеристическая функция распределения Пуассона
- 4.2. Закон больших чисел в форме Хинчина
- 4.3. Центральная предельная теорема для независимых одинаково распределенных случайных величин
- 4.4. Условие Линдеберга. Формулировка центральной предельной теоремы для независимых случайных величин. Оценка Берри-Эссена о скорости сходимости в центральной предельной теореме (без доказательства)
- 4.5. Интегральная предельная теорема Муавра-Лапласа как следствие ЦПТ
- 4.6. Сходимость с вероятностью единица. Формулировка усиленного закона больших чисел

4.7. Преобразования случайных величин. Примеры

5. Совместное распределение случайных величин

5.1. Совместная функция распределения случайных величин. Совместная плотность. Формула для подсчета вероятности попадания в область

5.2. Математическое ожидание функции от нескольких случайных величин

5.3. Независимые случайные величины (общий случай). Вид совместной функции распределения и совместной плотности

5.4. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин

5.5. Формула свертки

5.6. Многомерное нормальное распределение

5.7. Полиномиальное распределение

6. Цепи Маркова. Пример однородной цепи Маркова. Марковское свойство. Модель Эренфестов.

7. Марковские ветвящиеся процессы с одним типом частиц. Производящие функции

Список литературы

- [1] Гнеденко Б. В. *Курс теории вероятностей*// М: “УРСС”, 2001.
- [2] Ламперти Д. *Вероятность*// М: “Наука”, 1973.
- [3] Севасьянов Б. А. *Ветвящиеся процессы*// М: “Наука”, 1971.
- [4] Тутубалин В. Н. *Теория вероятностей и случайных процессов*// М: “Издательство Московского университета”, 1992.
- [5] Феллер В. *Введение в теорию вероятностей и ее приложения*// Т. 1-2. М: “Мир”, 1984.
- [6] Ширяев А. Н. *Вероятность*// М: “Наука”, 1989.